Calculs numériques

I – Calculer avec des nombres relatifs(rappel)

1- Addition et soustraction

Règles	Règle	Exemple
Ajouter deux nombres relatifs de même signe	* On **garde** le signe commun * On **additionne** les distances à zéro	(+8) + (+3) = +11 (-8) + (-2) = -10
Ajouter deux nombres relatifs de signes contraires	* On prend le **signe de la plus grande distance à zéro** * On **soustrait** les distances à zéro	(+5) + (-9) = - 4 (+3) + (-1) = +2
Cas particulier : deux nombres relatifs opposés	* La somme de deux nombres relatifs opposés est nulle.	(-7) + (+7) = 0

Règle	Soustraire un nombre, c'est ajouter son opposé.	(-5) – (-3) =(-5) + (+3) = - 2

2- Multiplication

Règle	Pour multiplier **deux** nombres relatifs, on multiplie les distances à zéro. Le produit de deux nombres relatifs de **même signe** est **positif.** Le produit de deux nombres relatifs de **signes contraires** est **négatif**.	
Exemples	(-5) × 3 = -15	(-7) × (-2) = +14

Règle	Lors de la multiplication de plusieurs nombres relatifs : • S'il y a un nombre **pair** de facteurs négatifs, le produit est **positif**. • S'il y a un nombre **impair** de facteurs négatifs, le produit est **négatif**.		
Exemples	-2 × (-3) × (+2) × (-5) = - 60	-3 × 2 × (-7) × (-5) × (-1) = + 210	(-3) × 2 × (-4) × 9 × 6 × (-3) < 0

3- Quotient

Règle	Pour diviser deux nombres relatifs, on divise leur distance à zéro et on procède comme pour la multiplication pour trouver le signe du résultat.	
Exemples	$\frac{28}{-7} = -4$	$\frac{-480}{-80} = 6$

II – Calculer avec des nombres en écritures fractionnaire (rappel)

1- Addition et soustraction

Règle	Pour **ajouter ou soustraire** deux nombres en écriture fractionnaire, il faut les **réduire au même dénominateur**. Avec $b \neq 0$, $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ et $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$

Exemples	1er cas : L'un des dénominateurs est un multiple de l'autre.	2ème cas : Aucun dénominateur n'est multiple de l'autre. On cherche alors un multiple commun à ces deux dénominateurs. On peut par exemple écrire au brouillon les premiers multiples de chaque dénominateur.
	C = $\frac{-5}{3}+\frac{7}{12}$ = $\frac{-5\times4}{3\times4}+\frac{7}{12}$ = $\frac{-20}{12}+\frac{7}{12}$ = $\frac{-20+7}{6}$ = $-\frac{\mathbf{13}}{\mathbf{12}}$	E = $\frac{7}{20}-\frac{5}{12}$ = $\frac{7\times3}{20\times3}+\frac{5\times5}{12\times5}$ = $\frac{21}{60}+\frac{25}{60}$ = $\frac{46}{60}$ = $\frac{\mathbf{23}}{\mathbf{30}}$

2- Multiplication

Règle	Pour **multiplier** deux nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux, on multiplie les dénominateurs entre eux, en respectant la règle des signes des multiplications. b *et* d *étant deux nombres non nuls,* $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$	
Exemples	A = $\frac{4}{-35}\times\frac{-49}{3}$ = $\frac{4\times7\times7}{7\times5\times3}$ = $\frac{\mathbf{28}}{\mathbf{15}}$	B = $(-3)\times\frac{5}{7}$ = $\frac{-3\times5}{7}$ = $-\frac{\mathbf{15}}{\mathbf{7}}$

3- Division

Définition	Dire que a est l'inverse de b signifie que a $\times$ b = 1
Remarques	• Si a est l'inverse de b, alors b est l'inverse de a. • 0 n'a pas d'inverse. • Un nombre et son inverse ont le même signe.
Exemple	$-\frac{1}{3}$ est l'inverse de -3 car $-\frac{1}{3}\times$ (-3) = 1

Règle	Diviser par un nombre, c'est multiplier par son inverse. a, b, c et d étant des nombres, (b $\neq$ 0) ,d $\neq$ 0) , $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{a\times d}{b\times c}$	$\frac{5}{4}:\frac{3}{7}=\frac{5}{4}\times\frac{7}{3}$ $=\frac{5\times7}{4\times3}$ $=\frac{35}{12}$

III– Puissances

1- Définitions et propriétés

Puissance positive	Soit a un nombre relatif et soit n un nombre entier positif non nul. $a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$
Puissances négatives	Soit a un nombre entier négatif, $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a \times a \times \ldots \times a}$

Cas particuliers	$a^1 = a$	$a^0 = 1$	$1^n = 1$	$0^n = 0$

Propriétés	Un nombre **négatif** à une puissance **paire** est **positif**. Un nombre **négatif** à une puissance **impaire** est **négatif**.	$(-65)^8 > 0$ $(-37)^5 < 0$

Cas des puissances de 10	n étant un nombre entier positif, $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{\text{n facteurs}} = 1\underbrace{000\ldots00}_{\text{"n zéros"}}$	$10^5 = 100\,000$
	n étant un nombre entier négatif, $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0{,}000\ldots1}_{\text{"n zéros"}}$	$10^{-5} = \frac{1}{10^5}$ $= \frac{1}{100\,000}$ $= 0{,}000\,01$

2- Ecriture scientifique

Définition	Un nombre est en notation (ou en écriture) scientifique lorsqu'il est écrit sous la forme $\boldsymbol{a} \times \mathbf{10}^{\boldsymbol{n}}$ Où $\boldsymbol{a}$ **est un nombre décimal compris entre 1 et 10** (10 exclu) et n est un nombre entier.
Exemples	$273\,400\,000\,000 = 2{,}734 \times 10^{11}$ $437{,}1 \times 10^4 = 4{,}371 \times 10^2 \times 10^4 = 4{,}371 \times 10^6$

Priorités opératoires

Règle 1	En cas de parenthèses, on effectue **d'abord** les calculs entre parenthèses. En cas de parenthèses emboîtées, on effectue d'abord les calculs entre les parenthèses **les plus emboîtées.**
Exemple	A = $[\frac{1}{3} - (\frac{2}{6} + \frac{1}{3})] + 1$ $= (\frac{1}{3} - \frac{4}{6}) + 1$ $= (\frac{1}{3} - \frac{2}{3}) + \frac{3}{3}$ $= \frac{2}{3}$

Règle 2	Les puissances sont prioritaires devant les autres opérations
Exemple	$B = 8 - (2 \times 3)^2$ $B = 8 - (6)^2$ $B = 8 - 36$ $B = -28$

Règle 3	**Les multiplications et les divisions sont prioritaires** devant les additions et les soustractions.
Exemple	$C = 3 + \frac{5}{3} \times \frac{3}{4} - \frac{7}{2} \times \frac{1}{6}$ $= 3 + \frac{15}{12} - \frac{7}{12}$ $= \frac{36}{12} + \frac{15}{12} - \frac{7}{12}$ $= 38 + (-48)$ $= -10$

Règle 4	Lorsqu'il y a égalité de priorité, on effectue les calculs dans le sens de lecture
Exemple	$D = \frac{15}{4} - 3 \times \frac{9}{4} : \frac{2}{3} + 2$ $= \frac{15}{4} - \frac{27}{4} \times \frac{3}{2} + 2$ $= \frac{15}{4} - \frac{81}{8} + 2$ $= \frac{30}{8} - \frac{81}{8} + \frac{16}{8}$ $= \frac{-35}{8}$